ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 17 ΜΑΪΟΥ 2010
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. **Σχολικό βιβλίο σελίδα 93**

Α2. **Σχολικό βιβλίο σελίδα 87**

Α3. **Σχολικό βιβλίο σελίδα 140**

Α4. **α. ΣΩΣΤΟ, β. ΛΑΘΟΣ, γ. ΣΩΣΤΟ, δ. ΛΑΘΟΣ, ε. ΛΑΘΟΣ.**

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x) - 1}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2\sqrt{x^2 - x + 1} - 1 - 1}{x - 1}$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{2\left(\sqrt{x^2 - x + 1} - 1\right)\left(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1\right)}{(x - 1)\left(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1\right)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{2(x^2 - x + 1 - 1)}{(x - 1)\left(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1\right)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{2x(x - 1)}{(x - 1)\left(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1\right)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{2x}{\sqrt{x^2 - x + 1} + 1} = \mathbf{1}$$

Β2. $f'(x) = \left(2\sqrt{x^2 - x + 1} - 1\right)' = 2\dfrac{(x^2 - x + 1)'}{2\sqrt{x^2 - x + 1}} = \dfrac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$

$\lambda = f'(0) = \dfrac{-1}{\sqrt{1}} = \mathbf{-1}$

Β3. $\lambda = -1 = \varepsilon\varphi 135^0$ ή $\varepsilon\varphi\dfrac{3\pi}{4}$, άρα $\boldsymbol{\omega = 135^0}$ ή $\boldsymbol{\dfrac{3\pi}{4}}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $1^{η}$ κλάση $[0\,,\,c)$, $2^{η}$ κλάση $[c\,,\,2c)$, …

$$\frac{c+2c}{2} = x_2 \Leftrightarrow \frac{3c}{2} = 6 \Leftrightarrow 3c = 12 \Leftrightarrow \mathbf{c = 4}$$

Γ2.

Κλάσεις	x_i	ν_i	$x_i\nu_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2\nu_i$	$x_i^2\nu_i$
[0 , 4)	2	20	40	-8	64	1280	80
[4 , 8)	6	40	240	-4	16	640	1440
[8 , 12)	10	45	450	0	0	0	4500
[12 , 16)	14	30	420	4	16	480	5880
[16 , 20)	18	25	450	8	64	1600	8100
ΣΥΝΟΛΑ	-	160	1600	-	-	4000	20000

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i\nu_i}{\nu} = \frac{1600}{160} = \mathbf{10}$$

$1^{ος}$ τρόπος

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2\nu_i}{\nu} = \frac{4000}{1600} = 25$$

$2^{ος}$ τρόπος

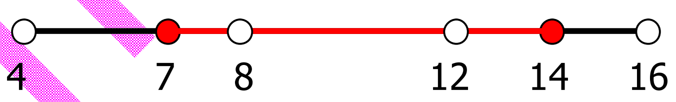
$$s^2 = \frac{1}{\nu}\left[\sum x_i^2\nu_i - \frac{\left(\sum x_i\nu_i\right)^2}{\nu}\right] = \frac{\sum x_i^2\nu_i}{\nu} - \bar{x}^2 = \frac{20000}{160} - 10^2 = 25$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$$

Γ3. $CV = \frac{s}{\bar{x}}\cdot 100\% = \frac{5}{10}\cdot 100\% = \mathbf{50\%} > 10\%$

άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Γ4. Θεωρούμε ότι οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες μέσα στις κλάσεις.



Το πλήθος των ατόμων με απώλεια βάρους από 7 μέχρι 14 κιλά είναι $N(A) = \frac{1}{4}\nu_2 + \nu_3 + \frac{1}{2}\nu_4 = 10 + 45 + 15 = 70$

$$P(A) = \frac{N(A)}{\nu} = \frac{70}{160} = \mathbf{\frac{7}{16}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f(x) = \ell n(x - P(A)) - \frac{1}{2}(x - P(A))^2 + P(B)$

$$f'(x) = \left[\ell n(x - P(A)) - \frac{1}{2}(x - P(A))^2 + P(B)\right]'$$

$$= \frac{1}{x - P(A)} - (x - P(A)) = \frac{1 - (x - P(A))^2}{x - P(A)}$$

$$= \frac{-x^2 + 2P(A)\cdot x + 1 - P^2(A)}{x - P(A)}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2P(A)\cdot x + 1 - P^2(A) = 0$$

$$\Delta = 4P^2(A) - 4\cdot[1 - P^2(A)] = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{-2P(A) \pm 2}{2} = \begin{cases} 1 + P(A) \rightarrow \text{δεκτή} \\ -1 + P(A) \rightarrow \text{απορρίπτεται} \\ \qquad \text{διότι } -1 + P(A) < P(A) \end{cases}$$

x	$-\infty$		$-1+P(A)$		$P(A)$		$1+P(A)$		$+\infty$
$-x^2 + 2P(A)x + 1-P^2(A)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	

x	$P(A)$		$1 + P(A)$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	
			τ.μέγιστο		

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(P(A), 1 + P(A)]$,
ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1 + P(A), +\infty)$.
Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x_0 = 1 + P(A)$ την τιμή

$$f(1 + P(A)) = \ell n(1 + P(A) - P(A)) - \frac{1}{2}(1 + P(A) - P(A))^2 + P(B)$$

$$= \ell n1 - \frac{1}{2} + P(B) = P(B) - \frac{1}{2}.$$

Δ2. $x_0 = 1 + P(A) = \frac{5}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{3} - 1 \Leftrightarrow \mathbf{P(A) = \frac{2}{3}}$

$f_{max} = 0 \Leftrightarrow P(B) - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{P(B) = \frac{1}{2}}$

Δ3. $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} - \frac{5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Το ενδεχόμενο να μην πραγματοποιηθούν ταυτόχρονα τα Α, Β είναι το $(A \cap B)'$.

$$P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{3} = \mathbf{\frac{2}{3}}.$$

Δ4. Το ενδεχόμενο να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα Α, Β είναι το $(A-B) \cup (B-A)$.

$$P((A-B) \cup (B-A)) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 2\frac{1}{3} = \mathbf{\frac{1}{2}}.$$