

Ας υποθέσουμε ότι ο μεγαλύτερος τέτοιος k είναι ο n και a_1, a_2, \dots, a_n είναι διαφορετικοί ανά δύο μεταξύ τους ακέραιοι ώστε $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = 2018$. Τότε

$$a_1^2 + \dots + a_n^2 \geq (-m)^2 + \dots + 0^2 + 1^2 + \dots + m^2 = \frac{m(m+1)(2m+1)}{3}, \text{ οπότε}$$

$$2018 \geq \frac{m(m+1)(2m+1)}{3}.$$

Παρατηρούμε ότι για $m = 14$ η τιμή της παράστασης στο δεξί μέλος ισούται με 2030 επομένως $n \leq 28$. Θα αποδείξουμε τώρα ότι το 2018 γράφεται σαν άθροισμα 28 τετραγώνων, διαφορετικών ανά δύο ακεραίων.

Έχουμε ότι $(-12)^2 + \dots + 0^2 + \dots + (12)^2 = 1300$ και έχουμε χρησιμοποιήσει 25 τετράγωνα. Οπότε θέλουμε να γράψουμε τη διαφορά $2018 - 1300 = 718$, ως άθροισμα τριών τετραγώνων. Όμως $718 = 18^2 + 15^2 + 13^2$, οπότε

$$(-12)^2 + \dots + 0^2 + \dots + (12)^2 + 13^2 + 15^2 + 18^2 = 2018.$$