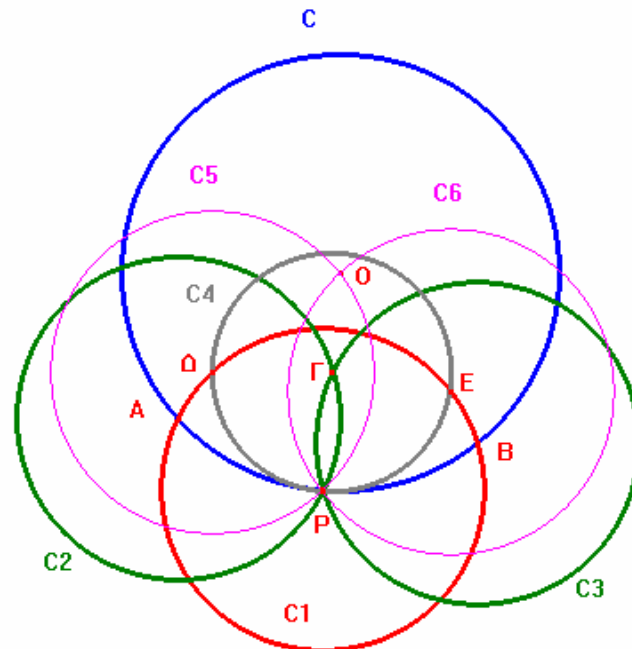


Εύρεση του κέντρου ενός κύκλου μόνο με το διαβήτη !

Τονίζουμε ότι στο σχήμα οι ευθείες δεν είναι χαραγμένες με κανόνα, αλλά ορίζονται από δύο σημεία. Πουθενά δε χρειάζεται η τομή ευθείας με ευθεία ή κύκλο σε αυτή την κατασκευή. Η χάραξη των ευθειών ή τμημάτων χρειάζεται μόνο για την απόδειξη.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ

1^ο Βήμα : Έστω C ο κύκλος του οποίου επιθυμούμε μόνο με το διαβήτη να βρούμε το κέντρο O.



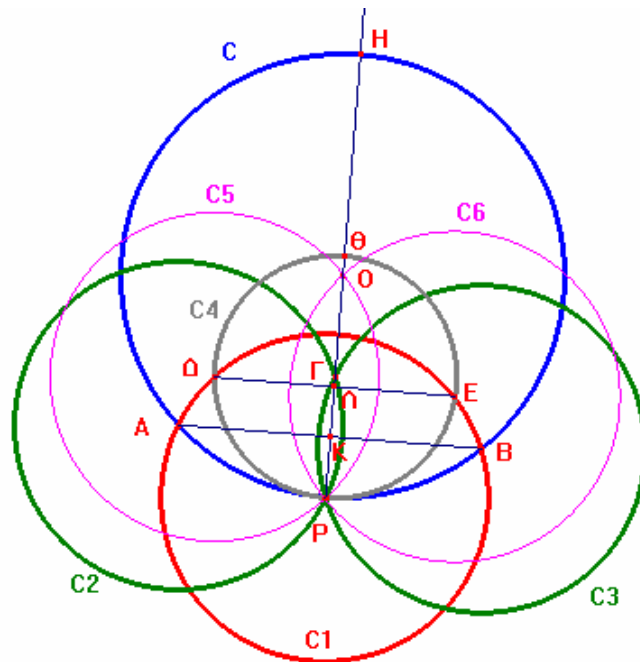
2^ο Βήμα : Παίρνουμε στον C τυχαίο σημείο P και φέρνουμε τον κύκλο C1 ακτίνας R που τέμνει τον C στα σημεία A και B..

3^ο Βήμα : Φέρνουμε τους κύκλους (A,R) και (B,R) , δηλαδή τους C2, C3 που τέμνονται ξανά στο Γ.

4^ο Βήμα : Φέρνουμε τον κύκλο (Γ,ΓP) , δηλαδή τον C4 , που τέμνει τον C1 στα Δ και E.

5^ο Βήμα : Οι κύκλοι C5 , C6 δηλαδή οι κύκλοι (Δ,ΔP), (E,EP) τέμνονται στο O, που είναι το ζητούμενο κέντρο , δηλαδή το κέντρο του κύκλου C.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ



Έστω ότι η ευθεία $ΡΓ$ τέμνει τον C στο H . Η ευθεία PH είναι διάμετρος του αρχικού κύκλου C , καθώς και του κύκλου $C4$. Έχουμε

$$\blacklozenge \quad ΡΓ = 2ΡΚ, \quad ΡΘ = 2ΡΓ \quad \text{και} \quad ΡΟ = 2ΡΛ, \quad \text{λόγω της κατασκευής.}$$

Επειδή τα AK , DL είναι ύψη στα ορθογώνια τρίγωνα PAH και $PΔΘ$, σύμφωνα με βασικό θεώρημα παίρνουμε :

$$\blacklozenge \quad ΡΑ^2 = ΡΚ \cdot ΡΗ$$

$$\blacklozenge \quad ΡΔ^2 = ΡΛ \cdot ΡΘ = \frac{ΡΟ}{2} \cdot 2ΡΓ = ΡΟ \cdot ΡΓ = ΡΟ \cdot 2ΡΚ$$

Επομένως, αφού $ΡΑ = ΡΔ$, έχουμε :

$$ΡΚ \cdot ΡΗ = ΡΟ \cdot 2ΡΚ \Leftrightarrow ΡΗ = 2ΡΟ$$

Αυτό σημαίνει ότι το O είναι μέσο του PH , η οποία από την κατασκευή είναι διάμετρος του κύκλου C . Άρα το O είναι το κέντρο του κύκλου C .